

# 基于最小费用网络流的多指标道路网匹配方法

郭璇, 张云菲, 邱泽航

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 长沙 410114)

**摘要:**多源道路网匹配过程中存在次优化问题, 依靠单一度量指标的匹配结果往往出现误匹配和漏匹配, 为此, 文中提出一种基于最小费用网络流的多指标综合路网匹配方法。该方法通过在关系数据库中构建最小费用网络流模型, 综合距离相似度、方向相似度和形状相似度用于度量道路实体相似度, 并考虑异源道路网  $M:N$  匹配进行全局最优化匹配。实验选取 6 个实验区的 OpenStreetMap 路网和 TIGER/Line 路网进行综合验证。结果表明, 该方法的匹配准确率相较单一指标有显著提升, 并能有效解决次优化问题导致的误匹配和漏匹配。

**关键词:**多源道路网; 目标匹配; 网络流; 最优化; 关系数据库

中图分类号: P208

文献标识码: A

文章编号: 1006-7949(2023)05-0013-07

## Multi-index road network matching method based on minimum cost network flow

GUO Xuan, ZHANG Yunfei, QIU Zehang

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

**Abstract:** There is a problem of sub-optimization in the process of multi-source road network matching, and the matching results relying on a single metric often results in false matching and missing matching. This method constructs a minimum-cost network flow model in a relational database, integrates three metrics of distance similarity, direction similarity and shape similarity to measure the similarity of road entities, and considers  $M:N$  matching of heterogeneous road networks to achieve global optimal matching. OpenStreetMap road networks and TIGER/Line road networks in six experimental areas are selected for comprehensive verification. The results show that the matching accuracy of the method is significantly improved compared with that of a single metric, and can effectively solve the false matching and missing matching caused by sub-optimization problems.

**Key words:** multi-source road network; object matching; network flow; optimization; relational database

地图合并是结合两份数字地图生成优于源地图的第三份地图文件的过程<sup>[1]</sup>, 主要分为地图匹配和地图融合两个部分, 由于采用的地理信息标准、数据处理要求及获取的途径和时间不同, 不同数据源中同一个地理实体在尺度、结构、几何和语义等方面可能存在差异, 在合并之前需要进行空间数据匹配。地图匹配即依据一定的地理实体特征, 计算

相同地理实体在不同数据源中的相似度或差异度, 从而对其进行识别, 建立匹配关系<sup>[2]</sup>, 道路网是地图的主要构成部分, 多源道路网之间的匹配是当前的研究热点之一。

在道路匹配的策略选择方面, 目前主要采用特征权值组合与阈值选取<sup>[3-4]</sup>、概率松弛法<sup>[5]</sup>、蚁群算法<sup>[6]</sup>、最优化<sup>[7-8]</sup>、Morphing 变换<sup>[9]</sup>、构建回归模型<sup>[10]</sup>、“限定笔划”算法<sup>[11]</sup>、面向地图综合计算相似度<sup>[12]</sup>等方法获取匹配结果。传统的优化模型通常是先计算两幅道路网之间的距离矩阵作为必要的模型参数, 接着用 IBM ILOG CPLEX 或者 AMPL 等线性问题求解器解算最佳匹配结果<sup>[13]</sup>, 最后用

收稿日期: 2022-11-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41971421; 41601495); 湖南省科技创新计划资助(2021RC3099); 湖南省自然科学基金资助项目(2022JJ30590)

第一作者简介: 郭璇(1997—), 男, 硕士研究生

通信作者简介: 张云菲(1987—), 女, 副教授, 博士。

GIS 软件分析匹配结果,这一过程既繁琐又耗费时间。文献[7]提出基于网络流的特征匹配优化模型,有助于克服传统优化方法的次优缺陷;文献[8]在关系数据库 PostgreSQL 中集成了最小费用网络流模型,简化了匹配流程,便于算法、目标函数以及约束条件的修改。然而优化模型在选择相似度指标时只用了几何特征中的距离指标即有向 Hausdorff 距离来衡量匹配对象之间的相似度,在匹配过程中依靠单一指标的评价结果有时并不可靠,常需要采用多个指标进行综合判断<sup>[14]</sup>。

为了解决上述问题,本文提出利用多个指标共同在最小费用网络流模型中解算最优匹配结果,将方向相似度和基于傅里叶描述子的线要素形状相似度分别作为几何特征的方向指标、形状指标和距离指标三者综合评价要素之间的相似度,并在关系数据库 PostgreSQL 中通过最小费用网络流模型进行多源道路网匹配,匹配结果的准确率相对单一指标有显著提升。

## 1 基于优化和关系数据库的网络流模型

网络流模型是运筹学中一个经典的优化模型,相比强约束条件的分配模型可以有效避免局部最优优化问题,实现全局最优化。关系数据库可以进行方便且清晰的匹配对比和结果统计,在关系数据库中构建网络流模型可以实现道路网的全局最优匹配。

### 1.1 最小费用网络流问题

对于一个有向图  $G(N, E)$ ,  $N$  表示节点  $n$  的集合,  $E$  表示边  $e$  的集合,在匹配关系中,将两个数据集中的每个实体表示为网络流中的一个节点,如果两个实体之间可能存在匹配关系,则用带方向的线连接对应实体,此时,这个网络流模型的目标函数为:

$$\text{Minimize } \sum_{e \in E} c_e f_e. \quad (1)$$

对应的约束条件为:

$$\sum_{e \in I_n} f_e - \sum_{e \in O_n} f_e = 0, n \in N, \quad (2)$$

$$l_e \leq f_e \leq u_e, n \in N. \quad (3)$$

式中:  $I_n$ 、 $O_n$  分别是进入节点  $n$ 、从节点  $n$  出去的边的集合;  $f_e$  是决策变量,表示每条边的流量值;  $c_e$  是每个流量值  $f_e$  的费用,  $l_e$  是流量值下界,  $u_e$  是流量值上界;目标函数式(1)的目的是最小化流量总费用,约束条件式(2)、式(3)保证进入节点和离开节点的流量值相等,维持网络中的总流量守恒<sup>[7]</sup>。

同名道路之间的匹配关系可以分为 4 种类型,

即 1:0 匹配、1:1 匹配、1:N 匹配和 M:N 匹配。图 1 是一个简单的单向网络流模型,用于解决 1:0 匹配和 1:1 匹配问题,  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  为数据集 A 中的 3 个实体,  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  为数据集 B 中的 3 个实体,他们构成这个模型的网络节点,当两个数据集中的一对实体之间满足一定条件时,从第一个数据集 A 的节点向第二个数据集 B 的节点添加一条有向边,表示这对实体为潜在匹配对。有向边上的 3 个数字分别代表它所连接的这两个实体之间的费用、流量值下界以及流量值上界,添加所有流出发源的节点 S、汇聚所有流的汇节点 T 以及从 T 流回 S 的平衡边,平衡边上的  $-F$  表示赋予其负值费用避免出现全是空匹配关系的情况,  $K$  为模型流通的总容量值,由于流经有向边的流量值的下界为 0、上界为 1,因此最小化模型总费用的匹配结果将使得每两个实体之间至多只有一条有向边连接,单向网络流模型区别于传统指派问题之处在于它并不强制要求一个数据集中的每个实体都必须匹配给另一个数据集中的某个实体,在实现 1:1 匹配的基础上解决了实际情况中存在的 1:0 匹配问题。

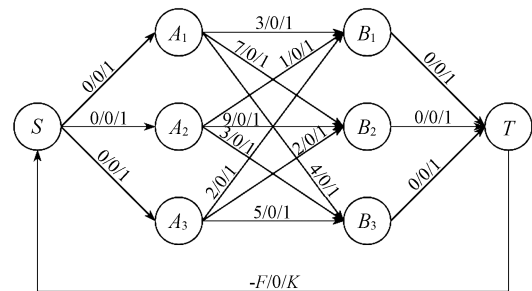


图 1 单向网络流模型

为了进一步解决 1:N 匹配和 M:N 匹配问题,构建单向网络流模型的镜像网络形成双向网络流模型,如图 2 所示,模型由正向网络和反向网络两个子网络构成,正向网络表示从数据集 A 到数据集 B 的匹配,反向网络表示从数据集 B 到数据集 A 的匹配,反向网络同样有源节点  $T'$ 、汇节点  $S'$ ,反向网络中的节点  $B'$ 、 $A'$  对应正向网络中的节点 B、A。针对 1:N 匹配,来自每个目的节点 B 或  $A'$  的剩余边都流向超额汇节点 E,且流向 E 的有向边的上界为 K,表示超额汇节点 E 允许不止一条来自目的节点的流进入。正向网络和反向网络通过全局源节点 I、全局汇节点 J 以及超额汇节点 E 形成相互连接的完整网络,全局汇节点 J 汇聚来自两个子网络的汇节点(T 和  $S'$ )的所有流,全局源节点 I 收集来自全局汇节点 J 的流并引导至两个子网络的源节点

( $S$  和  $T'$ )。  $E$  到  $J$  的有向边上设置非负的惩罚费用  $P$ , 目的是协调正向网络和反向网络的协调, 避免出现两个子网络的不一致匹配问题。

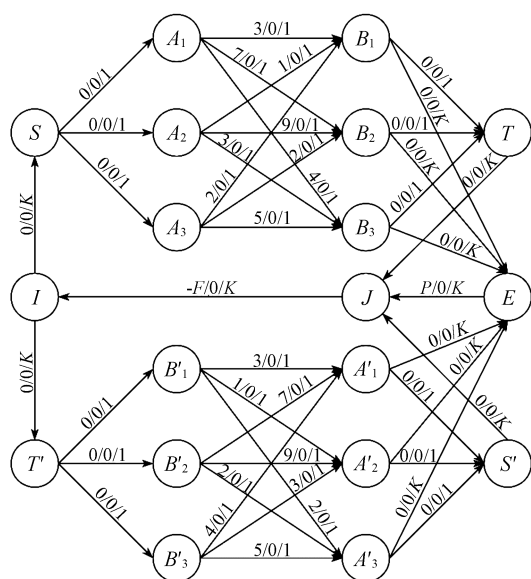


图2 双向网络流模型

## 1.2 在关系数据库中构建最小费用网络流模型

关联基数是关系数据库中一个表里面的实体对应另一个表里面实体的数量, 如一对一(1:1)关联是指一个表里面的每个实体最多与另一个表里面的一个实体相关联, 对应在多源道路网中, 当两个要素之间为 1:1 匹配关系时即为同名要素。一对多关联(1:N)是指一个表里面的多个实体属于另一个表里面的单个实体(父实体), 由于多源道路网的数据集之间缺乏统一的规范, 一对多匹配普遍存在<sup>[8]</sup>, 一对一匹配是一对多匹配的特例。多对多关联( $M:N$ )实际是双向一对多(1:N)关联, 对于道路网数据集之间的  $M:N$  匹配, 在关系数据库中主要用两种方式进行实现, 通过设置外键建立父指针, 如图 3 所示,  $A_{\#1}$  和  $B_{\#1}$  分别是  $A$  数据集和  $B$  数据集第一个区域道路网数据的属性表, 在表“ $A_{\#1}$ ”中, “fid”为表“ $A_{\#1}$ ”的主键, 指代单个道路实体的唯一代码, “m\_fid”为表“ $A_{\#1}$ ”的外键, 同时指向表“ $B_{\#1}$ ”的主键, 即表“ $A_{\#1}$ ”中对应“fid”实体的父实体为表“ $A_{\#1}$ ”中“m\_fid”在表“ $B_{\#1}$ ”中“fid”对应的实体, 例如表“ $A_{\#1}$ ”中“fid”为 19 且“m\_fid”为 56 时, 表“ $B_{\#1}$ ”中“fid”为 56 的实体便是表“ $A_{\#1}$ ”中“fid”为 19 的实体的匹配对象, 对应在网络流模型中则存在从  $A_{19}$  到  $B_{56}$  的流。

通过建立桥接表对两个表进行关联, 如图 4 所示, 创建一个以表“ $A_{\#1}$ ”和表“ $B_{\#1}$ ”中的主键作为字段“fid1”和“fid2”的新表。

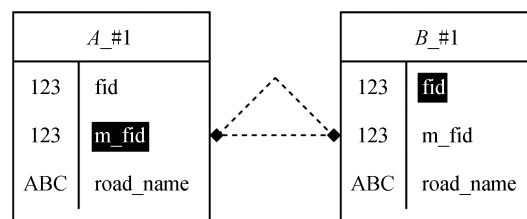


图3 外键父指针

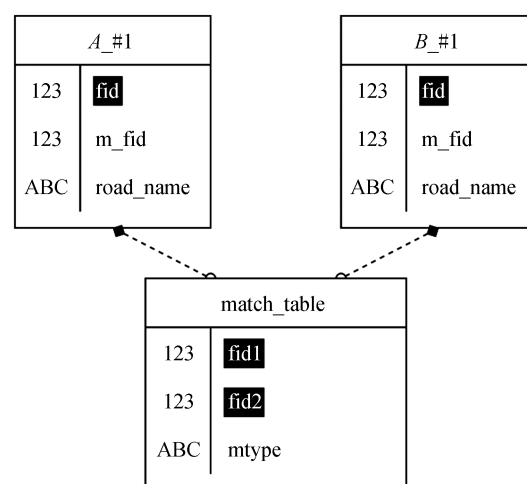


图4 桥接表

本文用父指针方式表示  $M:N$  匹配关系, 用桥接表计算匹配结果并统计准确率。

通过将所有潜在匹配对表示为一组带有流参数的网络边, 就可以将匹配问题转换为网络流问题。在关系数据库中输入表的字段依次包括:

- 1) 源节点(origin), 对应两个道路数据表中一个表的唯一代码(fid1 或 fid2);
- 2) 汇节点(destination), 对应另一个道路数据表的 fid;
- 3) 流的容量(capacity), 即网络中有向边允许通过的最大流量值;
- 4) 流的下限(lowerbound), 即网络中有向边通过的最小流量值;
- 5) 费用(cost), 即潜在匹配对之间的差异性指标;
- 6) 流值(flow), 有向边通过流的数值;
- 7) 网络边(edge\_id), 记录了潜在匹配对的 fid。

## 2 综合多指标的全局最优化匹配

结合距离相似度、方向相似度和形状相似度 3 个特征指标综合评价线要素之间的相似度, 并通过最小费用网络流模型进行多源道路网之间的全局最优化匹配。

## 2.1 距离相似度

为了解决双向网络中道路实体的部分与整体(1:N 和 N:1)之间的匹配,距离相似度采用文献[7]提出的有向 Hausdorff 距离进行度量,对于线要素  $F$ (点集  $p_F = \{p_{f1}, p_{f2}, \dots, p_{fm}\}$ )和线要素  $G$ (点集  $p_G = \{p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn}\}$ )之间的有向 Hausdorff 距离<sup>[15]</sup>:

$$d_{F \rightarrow G}^{DH} = \max_{p_f \in p_F} \{ \min_{p_g \in p_G} \| p_f - p_g \| \}, \quad (4)$$

$$d_{G \rightarrow F}^{DH} = \max_{p_g \in p_G} \{ \min_{p_f \in p_F} \| p_g - p_f \| \}. \quad (5)$$

其中,  $d_{F \rightarrow G}^{DH}$  为  $F$  到  $G$  的有向 Hausdorff 距离;  $d_{G \rightarrow F}^{DH}$  为  $G$  到  $F$  的有向 Hausdorff 距离; DH 表示有向 Hausdorff 距离(directed Hausdorff distance),  $\| \cdot \|$  表示两点之间的欧式距离,  $\max \{ \cdot \}$  和  $\min \{ \cdot \}$  分别表示选取距离集合的最大值和最小值,  $F$  到  $G$  的距离相似度为:

$$D_{\text{distance}} = \Delta_{\text{distance}} - d_{F \rightarrow G}^{DH}. \quad (6)$$

式中:  $\Delta_{\text{distance}}$  为  $F$  到  $G$  的有向 Hausdorff 距离的理论最大值,  $D_{\text{distance}}$  越大,说明  $F$  到  $G$  的距离相似度越高,  $G$  到  $F$  的距离相似度同理。

## 2.2 方向相似度

空间方向的取值范围是  $[0, 360^\circ]$ , 对于一个线要素的方向  $\theta$ ,  $\theta = 0^\circ$  和  $\theta = 180^\circ$  的线要素是不同的, 且  $\theta = 90^\circ$  的线要素比  $\theta = 180^\circ$  的更相似于  $\theta = 0^\circ$  的线要素, 这与人们的直观空间认知不一致<sup>[16]</sup>。文中把线要素起点与终点坐标的连线视为一个向量, 计算两个向量夹角余弦的反余弦作为线要素的方向相似度。如图 5(a)所示, 向量  $\vec{a}$  和向量  $\vec{b}$  分别是线要素  $l_1(F_1, T_1)$  和线要素  $l_2(F_2, T_2)$  抽象而成的向量,  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的方向相似度为:

$$D_{\text{dir}} = \Delta_{\text{dir}} - \cos^{-1} | \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle | \times \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (7)$$

其中,  $\Delta_{\text{dir}}$  为两个向量之间夹角余弦的反余弦的最大值  $90^\circ$ 。

图 5(a)和图 5(b)是线要素节点存储顺序的两种情况, 一般的算法计算这两个向量之间的夹角会导致图 5(a)与图 5(b)的计算结果相差较大, 而实际上两个向量趋向于重合或者呈  $180^\circ$  时, 对应两个线要素的方向相似度较高。由于两个向量的夹角余弦绝对值取值范围为  $[0, 1]$ , 夹角余弦的反余弦取值范围则为  $[0, 90^\circ]$ , 采用上述方法计算图 5(a)和图 5(b)两个线要素向量之间的方向相似度是相等的, 符合空间直观认知。

## 2.3 形状相似度

目前, 线要素的形状相似度一般通过角度差值

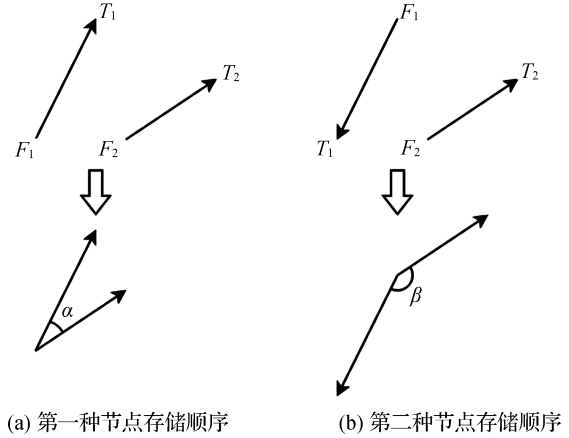


图 5 不同节点存储顺序线要素之间的夹角差异

积分法进行计算, 先将两线状要素按长度进行归一化处理, 平移使两条曲线起始点重合, 计算每段折线的方位角, 根据方位角计算两个线要素在不同位置的方位角差值, 然后在线要素长度上积分, 得到的值越小形状相似度越高<sup>[17]</sup>。但当两个线要素节点的存储顺序发生改变时, 其方位角也会随之改变, 计算出的积分差值可能并不是真实值, 而对于两个同名要素, 受绘制顺序和细节程度等影响, 其起始点大概率是不对应的, 为了解决这个问题, 利用基于傅里叶描述子的线要素形状相似度指标将地理线要素从空间域转换到频率域<sup>[18]</sup>, 并将线要素分解成不同频率的正弦波和余弦波的叠加, 从而消除起始点对计算结果的影响。

首先, 对于图 6(a)中非闭合的线要素, 以首尾点的连线作镜像处理形成一个闭合多边形面状要素<sup>[19]</sup>, 如图 6(b)所示, 以  $P_0$  为起点, 则线要素上任一点  $P(s)$  都可表达为以此点到起点的曲线长度  $s$  为自变量的函数:

$$P(s) = X(s) + iY(s). \quad (8)$$

该函数是以线要素的两倍周长为周期的分段函数, 通过傅里叶级数展开的表达式为:

$$P(s) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \left( \cos \frac{2n\pi s}{L} + j \sin \frac{2n\pi s}{L} \right). \quad (9)$$

式中:  $L$  为闭合曲线的周长,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

其中,

$$c_n = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \{ X(s) + jY(s) \} e^{-j \frac{2n\pi s}{L}} ds. \quad (10)$$

式中:  $j$  为虚数单位,  $X(s)$  和  $Y(s)$  的表达式为:

$$X(s) = x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{s_{i+1} - s_i} (s - s_i), \quad (11)$$

$$Y(s) = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{s_{i+1} - s_i} (s - s_i). \quad (12)$$

式中:  $x_i, y_i$  分别表示闭合曲线第  $i$  个点的横、纵坐



标; $s_i$  为起始点  $P_0$  到  $P_i$  的曲线长度,且  $s_i \leq s \leq s_{i+1}$ 。取  $c_n$  的模构成向量  $V=(\|c_1\|,\|c_2\|,\cdots,\|c_i\|,\cdots,\|c_n\|)$ ,再对该向量进行归一化处理得到傅里叶形状描述子:

$$d_i = \frac{\|c_i\|}{\|c_1\|}, i = 1, 2, \cdots, n.$$

(13)

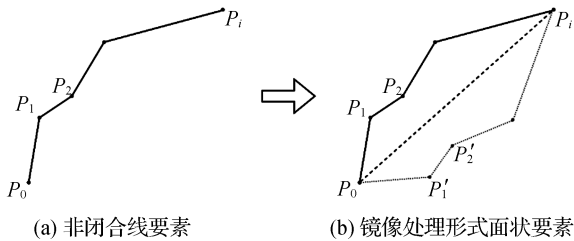


图 6 线要素的镜像操作

由于傅里叶级数各频率分量互相正交,向量中各参数具有较强的独立性,所以闭合曲线  $a$  和闭合曲线  $b$  之间的形状相似度用它们对应的归一化的傅里叶描述子之间的欧氏距离表示:

$$D_{\text{shape}} = \Delta_{\text{shape}} - \sqrt{\sum_{i=2}^N \|d_a(i) - d_b(i)\|^2}.$$

(14)

式中: $\Delta_{\text{shape}}$ 为两个线要素的傅里叶形状描述子之间差值的最大值, $D_{\text{shape}}$ 越大说明两个曲线之间的差异性越小、相似度越高。

3 试验与分析

3.1 实验数据及预处理

选取文献[5]、文献[7]和文献[15]中均选用的美国加利福尼亚州圣巴巴拉市的 6 个地区作为实验区域,道路网数据来自于 OpenStreetMap (OSM) (<https://planet.openstreetmap.org>) 和 TIGER/Line (TGR) (<https://www.census.gov/geographies/mapping-files/time-series/geo/tiger-geodatabase-file.html>)两个开源数据集,如图 7 所示。

道路数据的预处理包括数据删除、集成、转换及规约,其主要目的是消除或减少道路网数据中的误差及无关紧要的细节与噪音,以保证数据的正确性、一致性、完整性及可靠性,并消除不同数据集之间在拓扑关系描述与定义上的不一致,使直接的对比与匹配成为可能<sup>[11]</sup>。此外,为了通过关系数据库统计匹配结果的准确率等指标,实验之前需要对多源道路数据进行真实匹配处理,即建立每份道路数据属性表的父键实体。

3.2 匹配结果分析

基于以上理论和数据,在 LINUX 操作系统下

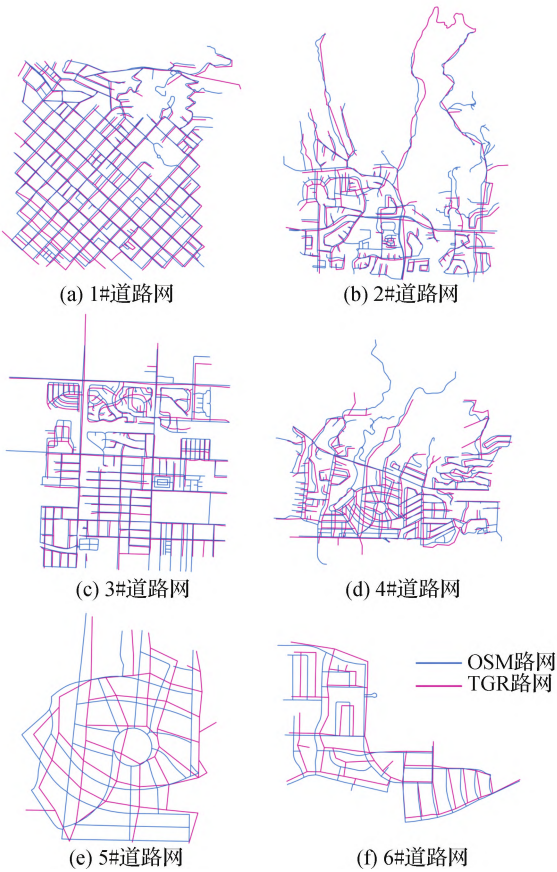


图 7 6 个实验区域的道路网数据

的关系数据库 PostgreSQL 中调用以 Lemon C++ 解算器为拓展的最小费用网络流解算函数 (mincost\_circulation) 进行计算,使用距离相似度、方向相似度和形状相似度构成的综合指标进行双向网络流模型匹配,将匹配结果与用单一指标的匹配结果对比,6 个实验区域的准确率对比如表 1 所示,准确率都有一定的提升,提升最显著的区域达 8.03%。

表 1 单一指标和综合指标匹配准确率对比 %

实验地区	单一指标 准确率	综合指标 准确率	提升效果
1	81.91	89.94	8.03
2	80.84	82.91	2.07
3	89.69	91.13	1.44
4	82.23	87.02	4.79
5	87.13	91.75	4.62
6	95.29	96.43	1.14

图 8 为 6# 实验区经过多指标的最小费用网络流模型匹配后的结果总览图,表 2 为 6# 实验区的模型匹配结果统计表,经过最优化匹配,误匹配数

量已经降至 0, 最终准确率达到了 96.43%。

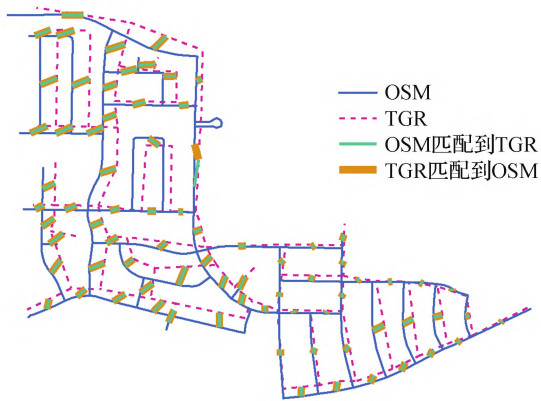


图 8 6# 实验区模型匹配结果

表 2 6# 实验区匹配结果统计表

OSM 道路数量	TGR 道路数量	正确匹配数量	误匹配数量	漏匹配数量
83	77	81	0	3

图 9 为某区域只用有向 Hausdorff 距离作为单一相似度指标进行最小费用网络流模型匹配的结果, OSM 数据 FID 为 299 的道路误匹配到 TGR 数据 FID 为 14 的道路上, 同时 OSM 数据 FID 为 492 的道路出现了漏匹配问题; 图 10 为同一区域使用距离相似度、方向相似度和形状相似度综合指标进行最小费用网络流模型匹配的结果, 上述出现的同名道路误匹配和漏匹配问题都得到了纠正。

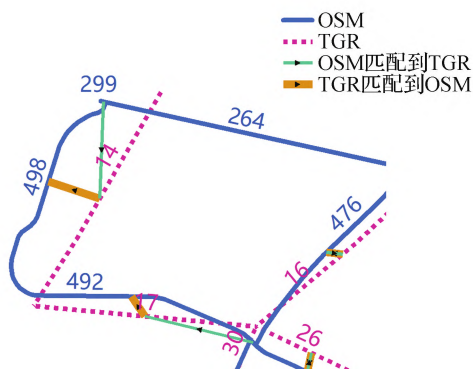


图 9 单一相似度指标的误匹配和漏匹配

图 11 和图 12 的对比是综合多指标方法解决 1:N 匹配问题的实例, 相似度指标为单一指标时, OSM 数据中 FID 为 62 的道路无法匹配其同名道路即 TGR 数据中 FID 为 291 的道路上; 综合指标的方法使得 OSM 数据中 FID 为 24、62 的道路均能正确匹配其在 TGR 数据中的同名道路。

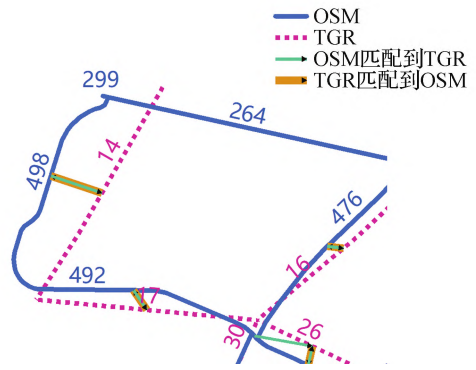


图 10 综合相似度指标的正确匹配

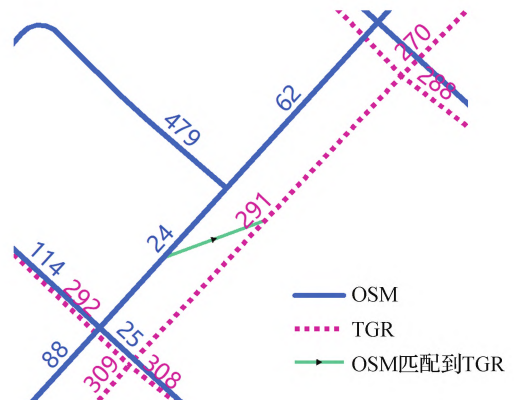


图 11 单一相似度指标的漏匹配

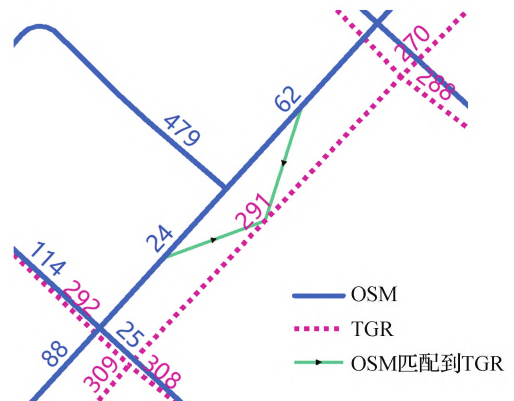


图 12 综合相似度指标的正确 1:N 匹配

#### 4 结束语

多源道路网匹配是实现道路数据快速准确更新的技术研究重点, 综合距离相似度、方向相似度和形状相似度多个度量指标提出基于最小费用网络流模型的多指标匹配方法, 有效解决了优化匹配模型中的次优化问题以及单一指标经常出现的漏匹配和误匹配问题, 利用真实数据进行匹配统计, 结果表明在匹配准确率方面具有显著的提升效果, 基于关系数据库的环境也使得后续方法的改进更

加方便简洁。然而,本文的方法对于处理不常见但实际中存在的复合多对多匹配问题尚有不足,在相似性度量指标方面也可以继续研究。

# 参考文献:

- [1] ALAN S. Conflation automated map compilation[J]. International Journal of Geographical Information Science, 1988, 2(3): 217-228.
- [2] 孙群. 多源矢量空间数据融合处理技术研究进展[J]. 测绘学报, 2017, 46(10): 1627-1636.
- [3] 罗国玮, 张新长, 齐立新, 等. 矢量数据变化对象的快速定位与最优组合匹配方法[J]. 测绘学报, 2014, 43(12): 1285-1292.
- [4] 栾学晨, 杨必胜, 李秋萍. 基于结构模式的道路网节点匹配方法[J]. 测绘学报, 2013, 42(4): 608-614.
- [5] 张云菲, 杨必胜, 栾学晨. 利用概率松弛法的城市路网自动匹配[J]. 测绘学报, 2012, 41(6): 933-939.
- [6] 巩现勇, 武芳, 姬存伟, 等. 道路网匹配的蚁群算法求解模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(2): 191-195.
- [7] TING L, ZHEN L. Optimal spatial data matching for conflation: a network flow-based approach[J]. Transactions in GIS, 2019, 23(5): 1152-1176.
- [8] TING L. Geospatial data conflation: a formal approach based on optimization and relational databases[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2020, 34(11): 2296-2334.
- [9] 李彩霞, 翟仁健, 杜佳威, 等. 一种改进形状上下文特征匹配的线要素 Morphing 方法[J]. 测绘科学技术学报, 2019, 36(6): 654-658.
- [10] 付仲良, 杨元维, 高贤君, 等. 道路网多特征匹配优化算法[J]. 测绘学报, 2016, 45(5): 608-615.
- [11] 张猛, 吴巧丽, 钱海忠. 一种适用于多源道路网自动匹配的通用算法[J]. 测绘科学技术学报, 2018, 35(1): 82-86.
- [12] 褚天舒, 闫浩文, 禄小敏. 面向地图综合的道路网相似度计算模型[J]. 测绘科学, 2022, 47(1): 181-187.
- [13] 钱程, 徐小明, 彭飞. 单线公交司机排班计划网络流模型与求解算法[J]. 交通科技与经济, 2022, 24(5): 8-15.
- [14] 秦育罗, 郭冰, 孙小荣. 改进 Hausdorff 距离及其在多尺度道路网匹配中的应用[J]. 测绘科学技术学报, 2020, 37(3): 313-318.
- [15] LI L N, MICHAEL F G. An optimisation model for linear feature matching in geographical data conflation[J]. International Journal of Image and Data Fusion, 2011, 2(4): 309-328.
- [16] 刘涛, 杜清运, 毛海辰. 空间线群目标相似度计算模型研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(8): 992-995.
- [17] 刘鹏程, 罗静, 艾廷华, 等. 基于线要素综合的形状相似性评价模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(1): 114-117.
- [18] 肖天元, 刘鹏程, 艾廷华, 等. 一种傅里叶信息度量的曲线分形描述与多尺度表达方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(1): 119-125.
- [19] 刘鹏程, 肖天元, 肖佳, 等. 曲线多尺度表达的 Head-Tail 信息量分割法[J]. 测绘学报, 2020, 49(7): 921-933.

[责任编辑:李铭娜]

(上接第6页)

- [16] TREMBLAY J F, BELAND M. Towards operational marker-free registration of terrestrial lidar data in forests[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2018, 146(DEC.): 430-435.
- [17] 李丹, 庞勇, 岳彩荣, 等. 基于 TLS 数据的单木胸径和树高提取研究[J]. 北京林业大学学报, 2012, 34(4): 79-86.
- [18] CHEN M, WAN Y, WANG M, et al. Automatic stem detection in terrestrial laser scanning data with distance-adaptive search radius[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2018(99): 1-12.
- [19] EGGERT D W, LORUSSO A, FISHER R B. Estimating 3-D rigid body transformations: a comparison of four major algorithms[J]. Machine Vision and Applications, 1997, 9(5-6): 272-290.
- [20] Chen H, Gao J. Point cloud consolidation algorithm for reflective workpieces with point cloud defects[J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2019, 31(7): 1258.
- [21] LIU Q, WANG J, MA W, et al. Target-free ULS-TLS point-cloud registration for alpine forest lands[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2021, 190: 106460-.
- [22] WU J. Rigid 3D Registration: a simple method free of SVD and eigen-decomposition[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020(99): 1-6.

[责任编辑:李铭娜]